Svar till instuderingsfrågor kapitel 5

1. Rumtidsavståndet mellan två händelser som man kan färdas mellan (och som alltså är tidslikt separerade) är den tid som en klocka hinner gå under färd med konstant hastighet mellan dem. Rumtidsavståndet mellan två händelser som man *inte* kan färdas mellan (som alltså är rumslikt separerade) är sträckan mellan dem enligt en linjal som passerar händelserna samtidigt i sitt eget vilosystem.
   Alla är överens om vad som verkligen händer i rumtiden. Därmed måste alla också vara överens om hur många gånger en klocka hinner ticka under sin färd mellan två händelser, eller hur många markeringar på en linjal som får plats mellan två händelser.

2. Ljusrektangeln associerad med två händelser är den rektangel i rumtidsdiagrammet vars alla sidor är ljuslika (45 graderslinjer), och som har händelserna belägna i motsatta hörn.
   Ljusrektangelns area är relaterad till rumtidsavståndet mellan händelserna: ju större area desto större rumtidsavstånd.

3. *d*, *c*, *a*, *b*
   (Rumtidsavståndet d är ljuslikt och alltså likamed noll; c är kortare än a eftersom dessa avstånd är lika *på pappret*, men c lutar.)

4. Första figuren: Den räta vinkeln är mellan *b* och *c*, och *c* är längre än *b*.
   Alltså gäller $a^2 = c^2 - b^2$

   Andra figuren: Den räta vinkeln är mellan *a* och *c*, och *a* är längre än *c*.
   Alltså gäller $b^2 = a^2 - c^2$

   Tredje figuren: Den räta vinkeln är mellan *a* och *b*, och *a* är längre än *b*.
   Alltså gäller $c^2 = a^2 - b^2$

5.
   a) Se till exempel figur 3.8 på sidan 47 i kursboken.
   b) Pythagoras sats ger för halva resan (fram till ankomsten till Vega då du alltså har åldrats 5 år)

   $$T_{\text{du}}^2 = T_{\text{jord}}^2 - \left(\frac{L}{c}\right)^2$$

   $$\Rightarrow \quad T_{\text{jord}} = \sqrt{T_{\text{du}}^2 + \left(\frac{L}{c}\right)^2} = \sqrt{5^2 + 26^2} \approx 26{,}48 \text{ år}$$

   Så totalt kommer den dubbla tiden – cirka 53 år – ha förflutit på jorden vid återkomsten.

   c) $v = \dfrac{L}{T_{\text{jord}}} = \dfrac{26\,c}{26{,}48} \approx 0{,}982\,c$

d) För dig är avståndet till Vega längdkontraherat:

$$L'/c = L/c\sqrt{1-v^2/c^2} = 26\sqrt{1-0{,}98^2} \approx 4{,}9 \text{ ljusår}$$

e) Tidsdilatationsformeln ger

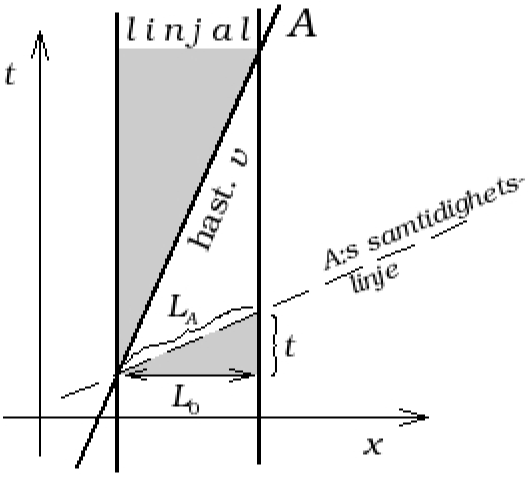
$$T'_{\text{jord}} = T_{\text{du}}\sqrt{1-v^2/c^2} = 5\sqrt{1-0{,}98^2} \approx 0{,}94 \text{ år}$$

(Man kan också använda Pythagoras sats i en triangel där den sökta T'_{jord} är hypotenusa och där T_{du} och L'/c är kateter.)

6. Betrakta en observatör A som far förbi en linjal i vila med farten v. Linjalens vilolängd är L_0, och den längd A uppfattar är L_A – se diagrammet till höger. De två markerade trianglarna är likformiga, vilket ger att farten v kan skrivas t / L_0. Så $t = v\,L_0$.
Pythagoras sats ger då

$$L_A^2 = L_0^2 - t^2 = L_0^2 - v^2 L_0^2 = L_0^2(1-v^2)$$

$$\Rightarrow \quad L_A = L_0\sqrt{1-v^2}$$



7. Alla punkter på konstant avstånd r från origo uppfyller (i rumtiden) ekvationen $r^2 = x^2 - t^2$, eller $r^2 = t^2 - x^2$, d.v.s. de ligger på *hyperblar* :